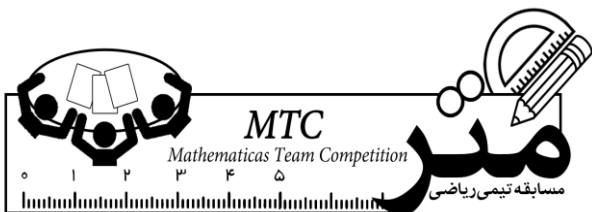


مرحله سوم اولین مسابقه (بخش کتبی)



شورای عالی ریاضیات ایران



سوالات پایه چهارم (۴)

تاریخ: ۱۴۰۱/۵/۱۲ وقت: ۹۰ دقیقه

دانش آموزان عزیز ضمن تبریک به شما برای شرکت در این مسابقه و با آرزوی موفقیت، لطفاً به نکات زیر دقت کنید.

۱- هر گروه باید یک پاسخنامه را آماده کرده و تحویل دهد.

۲- اعضای هر گروه پس از فکر کردن و مشورت با یکدیگر، راه حل کامل هر سؤال را با خط خوانا زیر آن سؤال بنویسند.

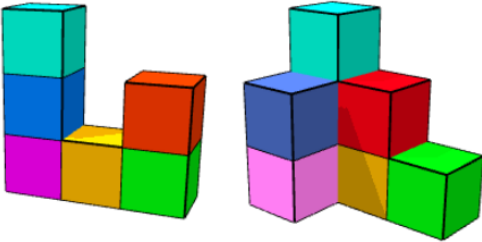

۳- استفاده از ماشین حساب ممنوع است.

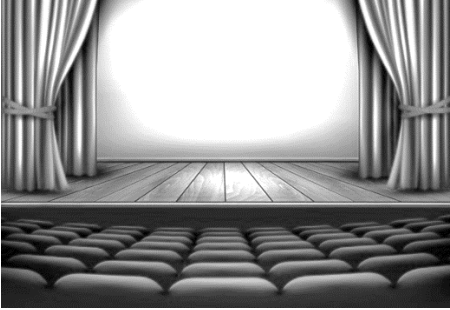

۴- این آزمون شامل ۱۰ سؤال می باشد که در ۴ صفحه تنظیم شده است.

خانه ریاضیات شهر:

مشخصات اعضای گروه: ۱- ۲- ۳-

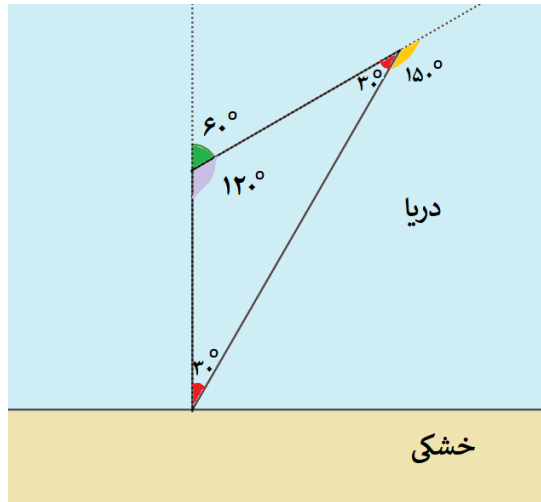
امتیاز	سوالات	ردیف
۳	<p>حاصل ضرب رقم‌های یک عدد چهار رقمی ۳۵ است. باقی مانده تقسیم این عدد چهار رقمی را بر ۹ به دست آورید؟</p> <p>با توجه به این که حاصل ضرب ارقام آن عدد باید ۳۵ باشد، پس ارقام آن ۱، ۱، ۵ و ۷ است؛ بنابراین حالات مختلفی ممکن است پیش آید: ۱۱۵۷، ۱۱۷۵، ۱۵۱۷، ۱۵۷۱، ۱۷۱۵، ۱۷۵۱ و ... (در کل ۱۲ حالت). اگر دانش‌آموزان حتی یکی از این اعداد را پیدا کند کافی است. سپس باید باقی مانده تقسیم آن عدد را بر ۹ حساب کنند. هر کدام از اعداد بالا را که انتخاب کرده باشد، باقی مانده تقسیم آن عدد بر ۹، برابر با ۵ می‌شود.</p>	۱
۳	<p>سه معدنچی به نام احمد، حسن، و مهدی هر کدام ۳ قطعه الماس به جرم‌های ۵، ۱۳، ۱۲، ۴، ۹، ۸، ۱۵، ۱۰ و ۶ گرم پیدا می‌کنند. جرم الماس‌های مهدی دو برابر جرم الماس‌های احمد است. سه الماس حسن چه جرم‌هایی دارند؟</p> <p>حالات مختلفی ممکن است پیش آید. کافی است دانش‌آموزان یکی از این حالات را پیدا کنند تا نمره کامل را بگیرند. برای مثال یکی از این حالات عبارت است از:</p> <p>جرم الماس‌های احمد، ۴، ۶ و ۵ و جرم الماس‌های مهدی، ۸ و ۱۰ و ۱۲ در نتیجه جرم الماس‌های حسن ۹، ۱۳، ۱۵.</p>	۲

۳	<p>یک مورچه از روی زمین به طور عمودی شروع به بالا رفتن از دیوار یک آپارتمان کرد. این مورچه هر ۲ متر که بالا می‌رفت ۳ ثانیه استراحت می‌کرد. او وقتی به بالای دیوار رسید در مجموع نیم دقیقه استراحت کرده بود. ارتفاع این دیوار حداکثر چند متر است؟</p> <p>این مورچه در مجموع ۳۰ ثانیه استراحت کرده و مدت زمان استراحت در هر توقف ۳ ثانیه است. پس این مورچه $10 = 30 \div 3$ بار توقف کرده است.</p> <p>از طرفی قبل از هر توقف برای استراحت ۲ متر بالا رفته است. پس تا آخرین استراحتش $20 = 2 \times 10$ متر بالا رفته است. اما چون در این مسئله حداکثر طول دیوار را خواسته است، مورچه می‌تواند ۲ متر دیگر بالا برود و به انتهای دیوار ساختمان رسیده باشد.</p> <p>پس ارتفاع این دیوار حداکثر $22 = 20 + 2$ متر است.</p>	۳
۴	<p>ریحانه با کنار هم گذاشتن تعدادی مکعب چوبی هم‌اندازه و با جرم یکسان روی زمین، شکل‌های زیر را درست کرده است. جرم شکل سمت چپ ۱۳۲ گرم است. جرم شکل سمت راست را به دست آورید؟</p> <p>شکل سمت چپ از ۶ مکعب درست شده است. پس جرم هر مکعب برابر است با $22 = 132 \div 6$ گرم. در نگاه اول شکل سمت راست نیز از ۶ مکعب ساخته شده، اما در واقع برای آن که ریحانه این شکل را ساخته باشد حتما باید زیر مکعب فیروزه‌ای، دو مکعب دیگر وجود داشته باشد. یعنی شکل سمت چپ از ۸ مکعب ساخته شده است.</p> <p>بنابراین جرم کل شکل سمت راست برابر است با $176 = 8 \times 22$ گرم.</p> 	۴
۴	<p>می‌خواهیم کف و دیوارهای داخلی یک استخر را رنگ کنیم. مساحت کف این استخر، ۱۲ متر مربع است. عمق این استخر ۲ متر و نصف طول آن است. با توجه به این که همه دیوارهای این استخر به شکل مستطیل هستند، مساحت کل دیوارهای این استخر چقدر است؟</p> <p>عمق این استخر ۲ متر است و طول آن دو برابر عمقش است. پس طول این استخر ۴ متر است. با توجه به این که مساحت کف این استخر ۱۲ است، پس از اینجا می‌توان عرض استخر را به دست آورد: $3 = 12 \div 4$</p> <p>با داشتن طول و عرض و عمق می‌توان مساحت هر یک از دیوارها را به دست آورد.</p> <p>مساحت دیوار بزرگ برابر است با $8 = 4 \times 2$ و مساحت دیوار کوچک $6 = 3 \times 2$. اما دیوارهای رو به رو با هم برابرند. پس مساحت کل برابر است با ۲۸ (دانش آموزان ممکن است با جمع کردن مساحت دیوارها یا استفاده از ضرب به این عدد رسیده باشند).</p> 	۵

مرحله سوم اولین مسابقه (بخش کتبی) سوالات پایه چهارم (۴) تاریخ: ۱۴۰۱/۵/۱۲ صفحه ۳		
۴	<p>۶ چرخنده‌ای به ۲۰ قسمت مساوی تقسیم شده است. تعدادی از قسمت‌ها با رنگ قرمز و تعدادی از قسمت‌ها با رنگ آبی رنگ آمیزی شده و بقیه قسمت‌ها رنگ نشده است. می‌دانیم،</p> <p>الف) احتمال این که عقربه روی یکی از رنگ‌های قرمز یا آبی قرار بگیرد $\frac{11}{3}$ است.</p> <p>ب) احتمال این که عقربه روی یکی از رنگ‌های قرمز و یا در یکی از قسمت‌های بی‌رنگ قرار گیرد $\frac{17}{3}$ می‌باشد.</p> <p>چند قسمت از این چرخنده به رنگ قرمز است؟</p> <p>چون تعداد کل قسمت‌های چرخنده ۲۰ تا است، پس ۱۱ قسمت آن قرمز یا آبی و ۱۷ قسمت آن قرمز یا سفید است. پس اگر ۱۱ را با ۱۷ جمع کنیم، تعداد قرمزها را دوبار شمرده‌ایم. کافی است حاصل $20 - (17 + 11)$ را به دست آوریم.</p> <p>ممکن است دانش‌آموزان با روش حدس و آزمایش نیز به این جواب رسیده باشند که در این صورت هم پاسخ آنها قابل قبول است.</p>	۶
۴	<p>۷ در یک سالن تئاتر، صندلی‌ها مرتب و پشت سر هم به شکل مستطیل قرار گرفته‌اند. صندلی سارا از انتهای سالن تئاتر صندلی سیزدهم، از جلو صندلی دوم، از سمت راست صندلی سوم و از سمت چپ صندلی پانزدهم است. در این سالن چند صندلی وجود دارد؟</p> <p>صندلی سارا از انتهای سالن سیزدهم و از جلوی سالن، صندلی دوم است.</p> <p>پس این سالن ۱۴ ردیف صندلی دارد.</p> <p>صندلی سارا از سمت راست سالن، صندلی سوم و از سمت چپ سالن، صندلی پانزدهم است. پس این سالن ۱۷ ستون صندلی دارد.</p> <p>در نتیجه تعداد کل صندلی‌های این سالن برابر است با $14 \times 17 = 238$</p> 	۷
۵	<p>۸ خرگوشی یک مسیر ۴ متری را با سه پرش طی کرد. طول پرش اول این خرگوش، دو برابر طول پرش دوم و طول پرش دوم او، سه برابر طول پرش سوم است. در پرش اول، خرگوش چند سانتی‌متر از مسیری را طی کرده است؟</p> <p>طول پرش اول خرگوش، شش برابر طول پرش سوم است. پس اگر همه پرش‌ها را بر اساس پرش سوم در نظر بگیریم، طول پرش دوم برابر است با طول ۳ تا پرش سوم و طول پرش اول برابر است با طول ۶ تا پرش سوم.</p>  <p>پس طول پرش سوم برابر است با $40 \div 10 = 40$ سانتی‌متر.</p> <p>در نتیجه طول پرش اول برابر است با $6 \times 40 = 240$ سانتی‌متر.</p>	۸

۹

یک قایق با زاویه قائمه از اسکله ساحل دور می‌شود. این قایق پس از طی یک مسافت ۵۰ متری روی یک خط مستقیم، ۶۰ درجه به راست می‌چرخد و در مسیر جدیدش باز هم ۵۰ متر را به طور مستقیم طی می‌کند. قایق با یک چرخش دیگر، و طی یک مسیر مستقیم به طول تقریباً ۸۷ متر، به مکان اولش برمی‌گردد. حساب کنید در مرحله آخر قایق چند درجه چرخیده است؟ (برای مسیر حرکت این قایق شکل بکشید.)



با توجه به شکل، قایق با دو چرخش یک مسیر مثلثی شکل را طی کرده و به نقطه اولش بازگشته است. در چرخش اول، ۶۰ درجه به راست چرخیده است. پس زاویه بین مسیر اول و دوم، ۱۲۰ درجه است. با توجه شکل که یک مثلث متساوی الساقین است و این که مجموع زاویه‌های داخلی مثلث ۱۸۰ درجه است پس هر کدام از زاویه‌های دیگر این مثلث ۳۰ درجه است. این یعنی که قایق بار دوم ۱۵۰-۳۰=۱۸۰ درجه چرخیده است.

۱۰

در یک کشور کرایه‌ی یک کامیون برای حمل بار بر حسب مسافتی که طی می‌کند مطابق جدول زیر محاسبه می‌شود (واحد پول این کشور زر است).

مسافت	کرایه
مسافت ۳۰ کیلومتر تا ۱۰۰ کیلومتر	به ازای هر کیلومتر ۱۵ زر
مسافت بیش از ۱۰۰ کیلومتر تا ۲۰۰ کیلومتر	به ازای هر کیلومتر اضافه بر ۱۰۰ کیلومتر، ۱۲ زر
مسافت بیش از ۲۰۰ کیلومتر	به ازای هر کیلومتر اضافه بر ۲۰۰ کیلومتر ۱۰ زر

علاوه بر این، هر بار که یک کامیون باری را حمل می‌کند ۵۰ زر به عنوان حق بیمه از کرایه‌اش کم می‌شود.

الف) کرایه کامیون را برای مسافت ۱۲۰ کیلومتر حساب کند.

ب) اگر این کامیون در یک مورد حمل بار مبلغ ۳۶۵۰ زر دریافت کرده باشد، حساب کنید طول مسیر حمل بار او چند کیلومتر بوده است.

الف) ۱۲۰ کیلومتر برابر با ۱۰۰+۲۰ کیلومتر است. با توجه به جدول، کرایه برای ۱۰۰ کیلومتر اول، به ازای هر کیلومتر ۱۵ زر و کرایه برای ۲۰ کیلومتر بعدی، به ازای هر کیلومتر ۱۲ زر است. یعنی $1740 = (100 \times 15) + (20 \times 12)$ که از این مقدار باید ۵۰ زر به عنوان حق بیمه کم شود. پس کرایه‌ای که دریافت شده برابر است با $1690 = 1740 - 50$ زر.

ب) ابتدای باید حق بیمه را با این مقدار جمع کنیم: $3700 = 3650 + 50$ زر. با توجه به بزرگ بودن این مقدار، به نظر می‌رسد مسافت طی شده بیش از ۲۰۰ کیلومتر بوده باشد. پس ابتدا، هزینه دو تا ۱۰۰ کیلومتر را از این مقدار کم می‌کنیم:

$$1000 = 3700 - (100 \times 15 + 100 \times 12) = 3700 - 2700$$

یعنی ۱۰۰۰ زر دیگر باقی می‌ماند. چون مسافت بیش از ۲۰۰ کیلومتر است، کرایه برای هر کیلومتر برابر است با ۱۰ زر. در نتیجه این ۱۰۰۰ زر برای $100 = 1000 \div 10$ کیلومتر بوده است.

پس طول مسیر در کل ۳۰۰ کیلومتر بوده است.